ORKUSTOFNUN

Jarðhitadeild

# HITASTIGSHÆKKUN LOKAÐRAR BORHOLU EFTIR MISMUNANDI SKOLUNARTÍMA

eftir

Helga Sigvaldason

OSJHD7524

Marz 1975

ORKUSTOFNUN
Jarðhitadeild

# HITASTIGSHÆKKUN LOKAÐRAR BORHOLU EFTIR MISMUNANDI SKOLUNARTÍMA

eftir

Helga Sigvaldason

OSJHD7524

Marz 1975

## Formáli.

Það verk, sem þessi skýrsla fjallar um, var unnið á árinu 1960 á vegum jarðhitadeildar. Af ýmsum ástæðum var ekki gengið frá skýrslu um það þá, en niðurstöður reikninga hins vegar teiknaðar upp á 2 línurit. Þessi línurit hafa verið notuð síðan til að draga ályktanir af hitamælingum í borholum, sem ekki eru í hitajafnvægi við bergið í kring.

Vegna þýðingar þessa verks fyrir túlkun hitamælinga í borholum hefur jarðhitadeild beðið Helga að skrifa stutta greinargerð um þá útreikninga, sem að baki línuritanna liggja.

Til fróðleiks skal þess getið, að svipaðir reikningar þeim, sem hér er lýst, voru gerðir í Þýzkalandi um 1964 (sjá línurit í : O. Kappelmayer and R. Haenel: Geothermics, with Special Reference to Applications. Gebr. Borntraeger, 1974, bls. 186). Þetta rýrir þó á engan hátt gildi þess verks, sem Helgi hefur hér unnið.

Guðmundur Pálmason

## 1. Inngangur.

Á árinu 1960 gerði ég undir umsjón dr. Gunnars Böðvarssonar nokkra útreikninga á hitastigshækkun borhola, sem eru lokaðar eftir að borun hefur staðið yfir í nokkurn tíma með tilheyrandi skolun. Augljóslega skiptir miklu máli að fljótt sé hægt að ákvarða upphaflegan berghita, þannig að borun tefjist lítið, og eru útreikningarnir gerðir til þess að flýta fyrir þeirri ákvörðun. Við útreikningana var notaður rafreiknir, en þetta var 4 árum áður en fyrstu rafreiknar komu til landsins. N.I. Beck forstjóri Regnecentralen í Kaupmannahöfn hafði boðið ókeypis afnot af fyrsta rafreikni Dana, DASK og fór ég út með þetta verkefni ásamt öðru verkefni um samrekstur orkuvera og fékk að nota DASK að vild í nokkrar nætur. Gerð voru línurit yfir niðurstöður og þær bornar saman við mælingar en skýrsla var hinsvegar ekki saman. Ástæða þykir til að stutt skýrsla sé tekin saman núna til þess að auðvelda notkun línuritanna.

## 2. Forsendur.

Þegar borað er á jarðhitasvæði, er leðju dælt niður borstengurnar og kemur hún upp aftur utan með þeim. Þetta heldur hitastiginu í borholunni um 70-90°C en berghitinn er e.t.v. 200-300°C. Þarna verður því mikil kæling á berginu og þegar borun er stöðvuð til þess að mæla hitastigið, er afar erfitt að átta sig á, hvað upphaflegt hitastig bergsins var. Það getur tekið bergið vikur eða mánuði að ná upphaflegu hitastigi. Eftirfarandi útreikningar voru gerðir til þess að auðvelda áætlun á berghitastigi út frá því hversu ör hitastigshækkun borholunnar er eftir lokun hennar. Ef sleppt er lóðréttum varmastraumi, sem er fyllilega leyfileg nálgun, sé ekki um stað rétt við botn holunnar að ræða, og litið á holuna og bergið umhverfis sem óendanlega langan sívalning, fæst eftirfarandi jafna fyrir hitastig bergsins:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{\kappa}\frac{\partial T}{\partial t}$$

þar sem T er hitastig (°C),
t er tími (h),
r er fjarlægð frá miðju holu (m)
og $k = \lambda/p \cdot c$ er hitaleiðnitala ($m^2/h$)
en $\lambda$ er varmaleiðnitala (kcal/h·m·°C)
$\rho$ er eðlisþyngd ($kg/m^3$)
og c er eðlisvarmi (kcal/kg·°C)

Viðfangsefnið er því integration á þessari parabólsku diffurjöfnu til þess að finna T = T (r,t), þ.e. hitastig sem fall af fjarlægð frá holumiðju og tíma.

Hitastigsbreytingar í berginu skiptast í tvo fasa. Fyrri fasinn er kæling á berginu við konstant hitastig í holumiðju meðan borun stendur yfir.

Byrjunarskilyrði eru $T(r,o) = T_b$ fyrir öll r , þar sem $T_b$ er upphaflegur berghiti. Randskilyrði eru

$$R(a,t) = T_o \text{ og } T(\infty,t) = T_b$$

þar sem a er holuradius (m) og $T_o$ er hitastig leðju (°C). Lausn á diffurjöfnunni með þessum byrjunar- og randskilyrðum er:

$$T(r,t)= T_b-(T_b-T_o)\ (1+\frac{2}{\pi}\int_o^\infty e^{-\kappa u^2 t}\ \frac{J_o(ur)Y_o(ua)-Y_o(ur)J_o(ua)}{(J_o^2(ua)+Y_o^2(ua))u}\ du)$$

þar sem $J_o$ og $Y_o$ eru Bessels föll fyrstu og annarrar gerðar.
Þetta hefur verið reiknað út og sett upp í línurit af Andrew Gemant í Journal of Applied Physics 1946.

Seinni fasinn er öllu erfiðari, þ.e. útjöfnunin á varmanum eftir að kæling hættir. Byrjunargildið er þá fall af r , sem liggur fyrir töflulagt en randskilyrði eru:

$$2\pi a \cdot \lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=a} = \pi a^2 \rho_1 c_1 \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{r=a}$$

og $T \rightarrow T_b$ fyrir $r \rightarrow \infty$

þar sem $\rho_1$ og $c_1$ eru eðlisþyngd og eðlisvarmi leðju. Þetta er ákaflega erfitt að integrera analytiskt.

Ef sett er $T = u \cdot e^{-\kappa\alpha^2 t}$ þar sem u er ekki fall af t fæst

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du}{dr} + \alpha^2 u = 0$$

Þessi jafna hefur almenna lausn Bessels föll:

$$u = C_1 J_0(\alpha r) + C_2 Y_0(\alpha r)$$

en mér tókst ekki að ákvarða konstantana $C_1$ og $C_2$ vegna þess að aðeins var hægt að nota punktinn r=a þar sem bæði $J_0(\alpha r)$ og $Y_0(\alpha r)$ stefna á o þegar r stefnir á $\infty$ . Ef það hefði tekist, hefði verið möguleiki á að rekja upphaflega hitastigið í raðir af cylinderföllum og leysa þetta þannig. Raunar hefðu það orðið viðameiri útreikningar heldur en aðferðin, sem notuð var að breyta diffurjöfnunni í differensajöfnu og leysa hana beint talnalega.

3. Talnaleg lausn.

Leysa þarf differensajöfnuna

$$\frac{\Delta^2 T}{\Delta r^2} + \frac{1}{r}\frac{\Delta T}{\Delta r} = \frac{1}{\kappa}\frac{\Delta T}{\Delta t}$$

út frá gefnum byrjunarskilyrðum við $t = o$.
Teknir eru 3 punktar í fjarlægðunum $r-\Delta r$ , $r$ og $r+\Delta r$ frá holumiðju og við tímann $t$ hafa þeir hitastigin $\Theta_{n-1}$ , $\Theta_n$ og $\Theta_{n+1}$ . Við tímann $t+\Delta t$ fæst hitastig í fjarlægð $r$ frá holumiðju $V_n$ þá eftirfarandi:

$$\frac{(\Theta_{n+1}-\Theta_n) - (\Theta_n-\Theta_{n-1})}{\Delta r^2} + \frac{1}{r}\,\frac{\Theta_{n+1}-\Theta_{n-1}}{2r} = \frac{1}{\kappa}\,\frac{V_n-\Theta_n}{\Delta t}$$

$$\text{eða } V_n = \frac{\kappa\Delta t}{\Delta r^2}\left[\Theta_{n+1}\left(1+\frac{\Delta r}{2r}\right)+\Theta_n\left(\frac{\Delta r^2}{\kappa\Delta t} - 2\right)+\Theta_{n-1}\left(1- \frac{\Delta r}{2r}\right)\right]$$

Þessi jafna er gerð dimensionslaus til þess að lausnin sé óháð bergkonstöntum með því að setja

$\rho = r/a$ fjarlægðarhnit

$\Delta r = a\Delta\rho$

$\tau = \kappa t/a^2$ tímahnit

$\Delta t = a^2\Delta\tau/\kappa$

Hitastigið er gert dimensionslaust með því að kalla

$$V = \frac{T-T_b}{T_b-T_o} \quad (-1 \le V \le o).$$

Stuðullinn $\kappa\Delta t/\Delta r^2$ er svokallaður Fouriermodull ($F_o$) og verður hann dimensionslaus:

$$F_o = \Delta\tau/\Delta\rho^2$$

Eftirfarandi jafna fæst þá:

$$V_n = F_o\left[\Theta_{n+1}\left(1+\frac{\Delta\rho}{2\rho}\right)+\Theta_n\left(\frac{1}{F_o}-2\right)+\Theta_{n-1}\left(1-\frac{\Delta\rho}{2\rho}\right)\right]$$

Þetta er mjög einföld jafna til útreiknings á hitastigi í punkti n ($V_n$) út frá hitastiginu í punkti n tímalengdinni $\Delta\tau$ áður ($\Theta_n$) ásamt hitastiginu í tveim næstliggjandi punktum n-1 og n+1 ($\Theta_{n-1}$ og $\Theta_{n+1}$)

sömu tímalengd áður.

Randskilyrði fyrir upphitun holunnar verða, ef $V_1$ og $\Theta_1$ gildir fyrir r=a ($\rho$=1)

$$V_1 = \Theta_1 + \frac{\alpha\Delta\tau}{\Delta\rho}(\Theta_2-\Theta_1)$$

þar sem $\alpha = 2\,\frac{\rho_h c_h}{\rho_1 c_1}$

Tölugildi $\alpha$ verður nálægt 1 og notuð voru þrjú gildi í útreikningum (0.85, 1.05, 1.25).
Annað randskilyrði er að $V_n \to 0$ þegar $\rho \to \infty$ .

Kælingu holunnar má reikna með sömu randskilyrðum, ef $\alpha$ = o. Hinsvegar voru notaðar niðurstöður A. Gemant sem byrjunargildi fyrir upphitun til þess að spara tíma við útreikninga. Við val á tölugildum á parametrum þarf að hafa í huga að lausnir differensajöfnunnar verða því aðeins stöðugar að $F_o \leq 1/2$ og skrefin $\Delta\rho$ og $\Delta\tau$ þarf að hafa nægilega smá til þess að nákvæmni lausna sé í lagi. En fljótfundið er með tilraunum hvaða stærðir henta. Starfsrás forskriftar fyrir útreikningana fylgir hér með og er þar hægt að velja með hvaða millibili hitastig í holumiðju er skrifað út og sömuleiðis, hve oft hitastigskúrfa í bergi er skrifuð út til kontrols. Niðurstöður útreikninga voru settar á tvö línurit, annað á línulega skala en hitt á log-log skala.

Annað hnitið er tímaskali en hitt hitastigsskali, báðir dimensionslausir. Parametrar fyrir teiknaðar kúrfur eru skolunartími áður en upphitun holu hefst og tölugildi parametrans $\alpha$.

## 4. Notkun á kúrfum.

Bornar voru saman reiknaðar kúrfur við mælingar á borholu G-1 í Krýsuvík framkvæmdar í júlí - ágúst 1960 á dýpi 100-900 m og fékkst mjög góð samsvörun með eftirfarandi talnagildum á parametrum:

| | |
|---|---|
| Eðlisvarmi bergs: | $c_b = 0.21$ kcal/kg·°C |
| Eðlisþyngd bergs: | $\rho_b = 2500$ kg/m$^3$ |
| Varmaleiðni bergs: | $\lambda_b = 1.18$ kcal/h·m·°C |
| Hitaleiðnitala bergs: | $\kappa = \lambda_b/c_b\rho_b = 0.00225$ m$^2$/h |
| Holuradius: | $a = 0.115$ m |
| Fyrir leðju: | $c_l\rho_l = 1000$ kcal/m$^3$ °C |

Þetta gefur $\tau = 0.17\ t$
og $\alpha = 1.05$

Undantekning frá góðri samsvörun reyndist 300 m dýpi. E.t.v. er skýring sú, að berg þar sé vatnsósa en þar sem um slíkt er að ræða verða þessir reikningar næsta gagnslitlir.

Við notkun á kúrfunum út frá gefnum konstöntum til þess að finna berghita $T_b$ verður einfaldasta aðferð eftirfarandi:

$\alpha$ og $\kappa/a^2$ fæst frá bergkonstöntum og holuradius.

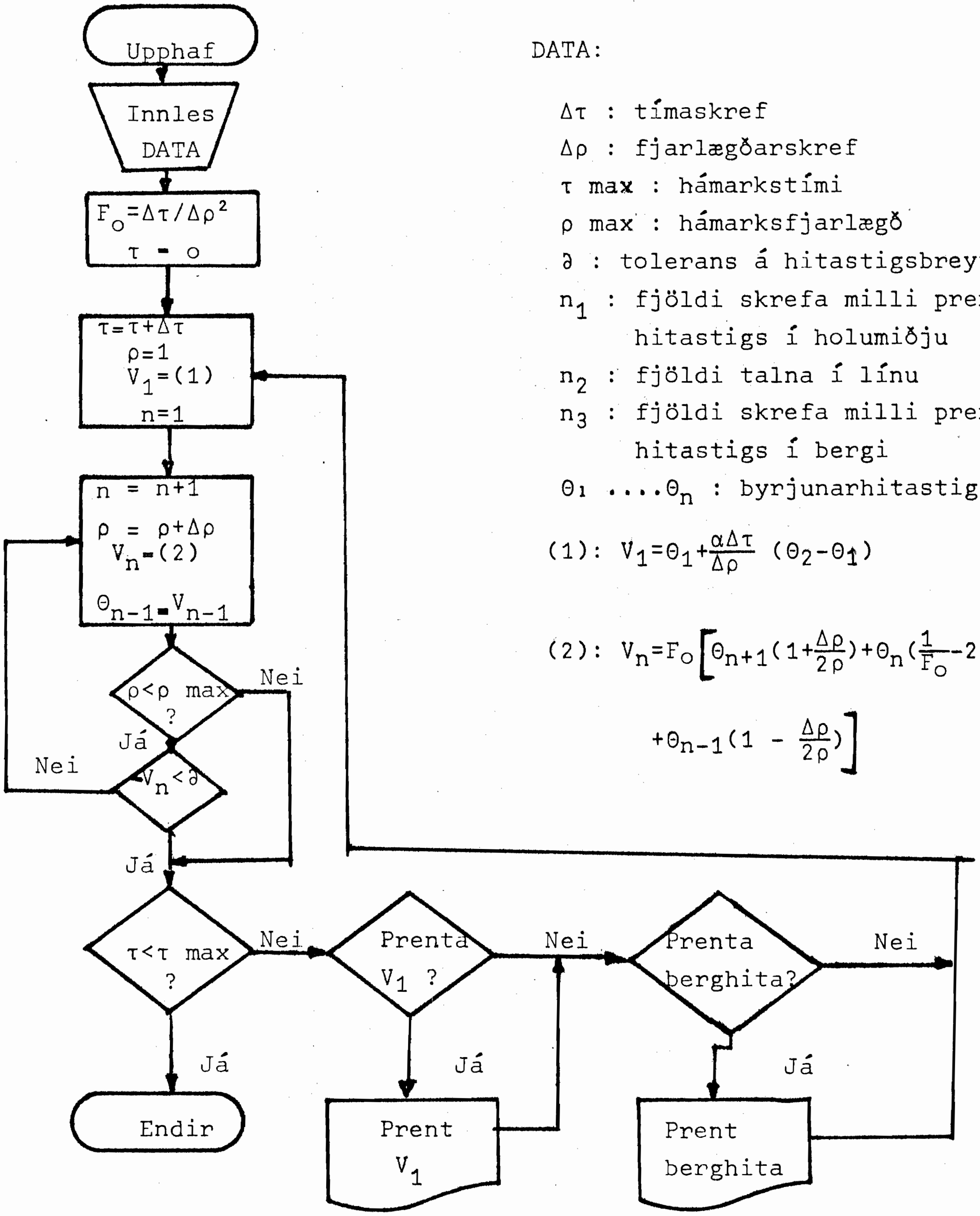
Gefið er $t_o$ ; skolunartími (h), skolunarhiti: $T_o$ (°C), t: tími frá lokun holu (h) og T: hitastig á tíma t (°C).

Reiknað er $\tau_o = \frac{\kappa}{a^2} t_o$ og $\tau = \frac{\kappa}{a^2} t$.

$\tau_o$ , $\tau$ og $\alpha$ gefa við uppflettingu á kúrfublaði V.

Þá fæst $T_b = \dfrac{T - V\,T_o}{1 - V}$

## Starfsrás hitastigsreikninga




DATA:

$\Delta\tau$ : tímaskref

$\Delta\rho$ : fjarlægðarskref

$\tau$ max : hámarkstími

$\rho$ max : hámarksfjarlægð

$\partial$ : tolerans á hitastigsbreyt.

$n_1$ : fjöldi skrefa milli prentunar hitastigs í holumiðju

$n_2$ : fjöldi talna í línu

$n_3$ : fjöldi skrefa milli prentunar hitastigs í bergi

$\Theta_1 \ldots\ldots \Theta_n$ : byrjunarhitastig

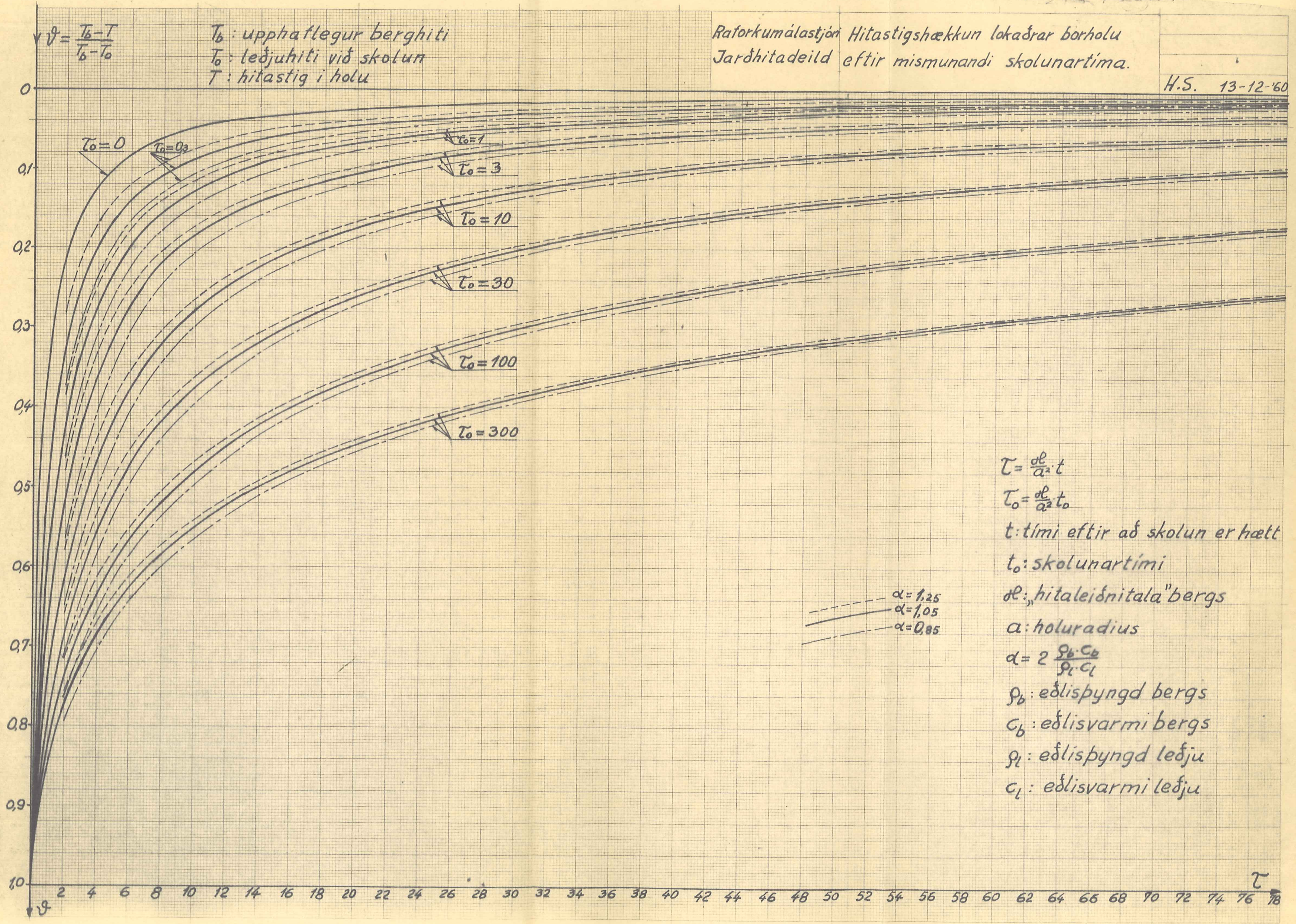
$$(1):\ V_1=\Theta_1+\frac{\alpha\Delta\tau}{\Delta\rho}(\Theta_2-\Theta_1)$$

$$(2):\ V_n=F_o\left[\Theta_{n+1}\left(1+\frac{\Delta\rho}{2\rho}\right)+\Theta_n\left(\frac{1}{F_o}-2\right)+\Theta_{n-1}\left(1-\frac{\Delta\rho}{2\rho}\right)\right]$$

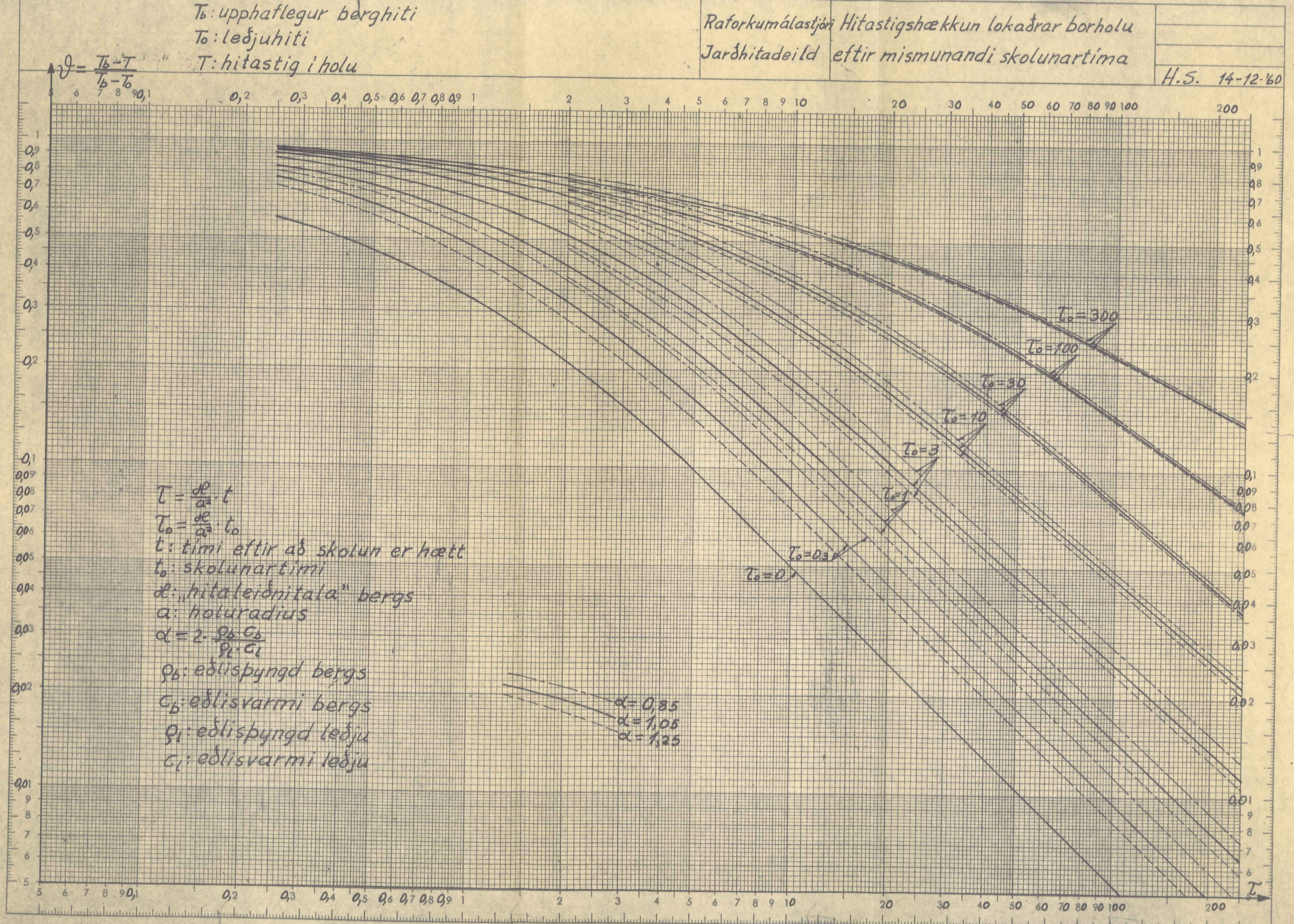
Heimildir:

Carslaw H.S., Jaeger J.C.:
Conduction of Heat in Solids, 1959.

Gemant A.:
"Transient Temperatures around Heating Pipes Mainteined at Constant Temperature". Journal of Applied Physics, 1946, 17.



$\vartheta = \frac{T_b - T}{T_b - T_o}$
$T_b$ : upphaflegur berghiti
$T_o$ : leðjuhiti við skolun
$T$ : hitastig í holu
Raforkumálastjóri
Jarðhitadeild
Hitastigshækkun lokaðrar borholu eftir mismunandi skolunartíma.
H.S. 13-12-'60
$\tau_o = 0$
$\tau_o = 0,3$
$\tau_o = 1$
$\tau_o = 3$
$\tau_o = 10$
$\tau_o = 30$
$\tau_o = 100$
$\tau_o = 300$
$\alpha = 1,25$
$\alpha = 1,05$
$\alpha = 0,85$
$\tau = \frac{\varkappa}{a^2} \cdot t$
$\tau_o = \frac{\varkappa}{a^2} t_o$
$t$: tími eftir að skolun er hætt
$t_o$: skolunartími
$\varkappa$: „hitaleiðnitala" bergs
$a$: holuradius
$\alpha = 2 \frac{\rho_b \cdot c_b}{\rho_l \cdot c_l}$
$\rho_b$ : eðlisþyngd bergs
$c_b$ : eðlisvarmi bergs
$\rho_l$ : eðlisþyngd leðju
$c_l$ : eðlisvarmi leðju
0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1,0
$\vartheta$
2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30 32 34 36 38 40 42 44 46 48 50 52 54 56 58 60 62 64 66 68 70 72 74 76 78
$\tau$



$T_b$: upphaflegur berghiti
$T_o$: leðjuhiti
$T$: hitastig í holu
Raforkumálastjóri Jarðhitadeild
Hitastigshækkun lokaðrar borholu eftir mismunandi skolunartíma
H.S. 14-12-'60
$\vartheta = \frac{T_b - T}{T_b - T_o}$
$\tau = \frac{\kappa}{a^2} \cdot t$
$\tau_o = \frac{\kappa}{a^2} \, t_o$
t: tími eftir að skolun er hætt
$t_o$: skolunartími
$\kappa$: „hitaleiðnitala" bergs
a: holuradíus
$\alpha = 2 \cdot \frac{\rho_b \, c_b}{\rho_l \cdot c_l}$
$\rho_b$: eðlisþyngd bergs
$c_b$: eðlisvarmi bergs
$\rho_l$: eðlisþyngd leðju
$c_l$: eðlisvarmi leðju
$\tau_o = 0$
$\tau_o = 0{,}3$
$\tau_o = 1$
$\tau_o = 3$
$\tau_o = 10$
$\tau_o = 30$
$\tau_o = 100$
$\tau_o = 300$
$\alpha = 0{,}85$
$\alpha = 1{,}05$
$\alpha = 1{,}25$
$\tau$