

P A T T A G R E I N I N G

á

vatnsrennsli og veðurarfari

Unnið fyrir Orkustofnun

Helgi Sigvaldason, verkfr.
Síðumúla 34, Reykjavík

Jan. 1973.

ORKUSTOFNUN

P A T T A G R E I N I N G

á

vatnsrennslí og veðurfari

Unnið fyrir Orkustofnun
Helgi Sigvaldason, verkfr.
Síðumúla 34, Reykjavík

Jan. 1973.

E f n i s y f i r l i t

	Ågrip	bls.	1
1.	Inngangur	"	1
2.	Yfirlit um þáttagreiningu	"	4
3.	Niðurstöður úr vikutölum	"	6
4.	Niðurstöður úr vikutölum	"	15
5.	Lokaorð	"	20
	English summary	"	21
	Heimildir	"	22

Agrip.

Reiknitæknin þáttagreining (Factor Analysis) er kynnt og notkun hennar við athuganir á sambandi rennslis á mismunandi stöðum ásamt veðurfarasmælingum er prófuð. Fyrst er reynt að nota sem sjálfstæðar breytistærðir mælingar þriggja samliggjandi daga til þess að fá fylgni í tíma og tímaseinkun með en ekki fæst glögg mynd með því. Því næst er tekinn einn dagur sem sjálfstæð athugun og fást þá nokkuð skýrir úrkomu- og hitabættir fyrir sumarmælingar. Ennfremur eru notaðar vikutölur og árinu þá skipt í þrjár árstíðir og fást þá einnig skýrir veðurfarsþættir. Niðurstaðan virðist sú að greina megi með þáttagreiningu veðurfarsþætti rennslisins en bent er á nauðsyn á samanburði talnanna við tiltækar vatnafræðilegar og jarðfræðilegar upplýsingar.

1. Inngangur.

Á Þjórsár-Hvítárvæðinu er vatnsrennsli mælt á allmögum stöðum og hefur verið svo síðan um 1960. Þessar mælingar eru vitaskuld framkvæmdar til þess að rannsaka hversu mikið vatnsmagn hugsanlegar virkjanir viðsvegar um svæðið myndu fá til orkuframleiðslu. Nú eru svo stuttar tímaraðir (u.p.b. 10 ár) veikur grundvöllur til þess að draga almennar ályktanir af um hegðun vatnsrennslis og er því þýðingarmikið að athuga, hvort frekari upplýsingar um vatnsrennslíð megi nýta.

Mælingar hafa verið framkvæmdar á nokkrum stöðum á svæðinu allt frá því um 1950 og ennfremur hafa veðurathuganir verið gerðar á Hæli í Hrunamannahreppi. Þær eldri tímaraðir, sem liggja fyrir eru því:

I. Mælingar á Vatnsrennsli:

1. Brúará við Dynjanda
2. Tungufljót við Faxa
3. Hvítá við Gullfoss
4. Þjórsá við Urriðafoss

II. Veðurathuganir á Hæli

1. Hiti
2. Úrkoma
3. Vindstyrkleiki
4. Skýjahula

Mælingar á vatnsrennsli, sem framkvæmdar hafa verið síðan um 1960 eru:

1. Tungná við Hald
2. Þórisós úr Þórisvatni
3. Þjórsá við Tröllkonuhlaup
4. Tungnaá við Vatnaöldur
5. Hvítá við Hvítárvatn
6. Fossá við Háafoss

Ennfremur má segja að vatnsmagn Efri-Þjórsár, þar sem hún sam einast Tungnaá, sé nokkurn veginn mismunurinn á vatnsmagni Þjórsár við Tröllkonuhlaup og Tungnaár við Hald. Mælingar á Köldukvísl, fyrst við Sauðafell og síðar við Brúarfoss, hafa einnig verið framkvæmdar en úrvinnslu var ekki lokið á árinu 1968 þegar athuganir þær, er 3. kafli skýrslu þessarar fjallar um, hófust.

I 4. kafla eru svo teknar til meðferðar vikutölur um rennsli rigningu og gráðudaga yfir 0°C. Eru þar nokkuð nýrri mælingar en færri breytistærðir teknar. Mælingar ná yfir tímabilið 1. júní 1962 - 31. ágúst 1970 og notaðar eru eftirfarandi stærðir:

I. Rennslismælingar

1. Þjórsár við Urriðafoss
2. Hvítá við Gullfoss
3. Þjórsá við Tröllkonuhlaup
4. Tungnaá við Hald
5. Efri-Þjórsá (3.-4.)
6. Tungufljót við Faxa
7. Þórisós
8. Kaldakvísl

II. Veðurathuganir á Hæli

1. Rigning
2. Gráðudagar yfir 0°C

Allar þessar stærðir, sem hér hafa verið nefndar eru meira eða minna tengdar innbyrðis. Mikil vinna hefur verið lögð í framleiningu styrttri tímaraðanna með aðstoð lengri tímaraðanna og hefur verið notuð "regression" við það. Niðurstöður hafa birzt í ýmsum skýrslum, (4), (5), (6) og (7).

Pegar margar tengdar stærðir eru mældar samtímis eins og í þessu tilviki, er nærliggjandi að reyna reiknitæknina þáttagreiningu (Factor Analysis) til þess að finna sameiginlega þætti. Veðurfar og vatnsrennsli er tengt með þáttum eins og rigning, snjóbráðnun, jökulleysing, grunnvatnsstaða o.fl. Þáttagreining er einmitt tækni til þess að finna slika sameiginlega þætti, að vísu algjörlega tilbúna eða stærðfræðilega til að byrja með, en oft má finna eðlisfræðilegar skýringar á þeim eftir á. Í bókinni Íslenzk vötn (8) er vatnsföllum einmitt lýst með slíkum þáttum og má segja, að það hafi töluverða fræðilega þýðingu, hvort þessi reiknitækni geti fundið þessa þætti.

Um hagnýt not af jákvæðri niðurstöðu má fyrst nefna að "regression" tæknin er byggð á þeim forsendum að "óháðu" stærðirnar séu raunverulega óháðar og innihaldi ekki tilviljana-kennda ónákvæmni. Ef þær eru hins vegar mjög háðar hver annarri geta niðurstöður orðið óareiðanlegar og sérstaklega geta gædi sambandsins við "háðu" stærðina verið ofmetin. Ekki hefur þó verið farið út í enn sem komið er að athuga, hvort prófa mætti áreiðanleika "regressions"-niðurstaðnanna með þáttagreiningu. Enda virðast þær niðurstöður nú orðnar nokkuð öruggar, þannig að vart yrði mikið bætt þar um. Öllu mikilvægara atriði við þessa athugun á þáttagreiningu er þó fyrirhuguð gerð líkindalikans af rennsli Þjórsárvæðisins þar sem niðurstöður gætu e.t.v. orðið að einhverju gagni.

2. Yfirlit um þáttagreiningu.

Þáttagreining er tölfraðileg reíknitækni, sem mest hefur verið notuð í sálfræði. Upphafsmáður aðferðarinnar var Charles Spearman árið 1904. Síðan hafa margir þróað reíknitækni aðferðarinnar svo sem Thurstone og Hotelling. Heildarrit um aðferðina var samið af Harman árið 1960 (1).

Í aðalatriðum gengur þáttagreining út frá eftirfarandi líkani:

$$Z = AF + U$$

þar sem Z er viðsir af viðdinni n af n stöðluðum breytum,

p.e.a.s.

$$z_i = \frac{x_i - \bar{x}_i}{s_i} \quad \text{en } x_i \text{ eru upphaflegu mældu}$$

breyturnar, \bar{x}_i meðaltöl þeirra og s_i staðalfrávik þeirra ($i = 1, \dots, n$). A er n x m - við fylki af þáttastuðlum, sem einnig eru nefndir þáttavægi (factor loadings) ($m < n$).

F er m-viður þáttavisir. U er n-viður skekkjuvisir óháður F

en bæði F og U eru tilvilmjanabreytur, sem hafa margviða normal-dreifingu. Meðalgildi U og F (E (U) og E (F)) eru núllvisar. $E(UU^*) = V$ er hornalinufylki, $E(FF^*) = I$ (einingarfylki), þ.e. þættirnir eru ótengdir og hafa breytileika 1. ($*$ merkir hér bylt fylki). Af þessu leiðir að Z hefur margviða normaldreifingu með fylgnifylki C af viðdinni nxn og sambreytileikafylki (covariance matrix)

$$R = E(ZZ^*/N) = AA^* + V \quad \text{þar sem } N \text{ er fjöldi}$$

athugana.

Hornalinustuðlar fylkisins AA^* eru nefndir samstæðubreytileiki (communality) og stuðlarnir í V eru nefndir sérstæðubreytileiki (specific variance) þessara n breyta. Ljóst er að A er ekki einkvætt, þar sem sérhver þverstæð ummyndun (orthogonal transformation) á A myndar aftur R:

$$R = A A^* + V = A T T^* A^* + V \quad \text{þar sem } T \text{ er þverstætt fylki.}$$

Stuðla fylkisins A, þáttavægin er hægt að finna á mismunandi veggum. Sú aðferð sem virðist fræðilega bezt grundvölluð, er svokölluð "principal component analysis" en henni er lýst vel af M.G. Kendall (2). Þá er litið á fylgnifylkið C, sem fæst úr athugunum, sem stærðfræðilega nákvæmt fylki og einkennisjafna þess (characteristic equation) er mynduð $(C - \lambda I) Y = 0$.

Dálkavisar fylkisins A eru þá vegnir eiginvisar samsvarandi m stærstu egingildum einkennisjöfnunnar (Normaðir eiginvisar vegnir með kvaðratrót viðkomandi egingildis). En samloka fylgifylki með 1 á hornalínu hefur rauntölueigingildi, sem eru öll pósítív. Til þess að finna hversu stórt hlutfall af breytileikanum hver þáttur tekur, þarf aðeins að deila með fjölda breytanna (m) í viðkomandi egingildi og fæst þá þetta hlutfall. Þetta hlutfall er að sjálfsögðu nauðsynlegt til þess að ákvarða, hversu marga þætti skal nota. Þar sem stuðlafylkið A er ekki einkvætt, er algengt að nota þverstæða ummyndun (kölluð varimax snúningur) á fylkið, þannig að þættirnir verði auðtúlkanlegri

og er það gert þannig að hver breyta \bar{s} samsett úr sem allra fæstum þáttum.

Grundvallarhugsunin við þáttagreiningu er fremur einföld. Rúmfræðilega séð eru n athuganir á m breytum hugsaðar sem n punktar í m-víðu rúmi (til er lika svokölluð centroid aðferð þar sem breyturnar eru m punktar í n-víðu niðurstöðurrúmi, en henni verður sleppt hér). Ef breyturnar eru háðar, mynda þær gjarnan undirrúm af viðdinni p ($p < m$) í þessu m-víða rúmi. Fyrsti þátturinn er fundinn sem sú lína í þessu m-víða rúmi frá hverri kvaðratsumma fjarlægðar til hinna n punkta er í lágmarki.

Næsti þáttur er svo samsvarandi lína hornrétt á þá fyrstu o.s.frv.

Hliðstætt rúmfræðilegu túlkuninni getum við túnkað aðferðina með tilliti til viðfangsefnisins. Þegar margar stærðir, sem eru meira eða minna innbyrðis háðar, eru mældar samtímis, er unnt að finna sameiginlega þætti, sem koma mismunandi sterkt fram í mældu stærðunum. Þessir þættir geta í sjálfu sér verið aðeins stærð-fræðileg hugtök eins og bezt sést á því, að þeir gjörþreytast við áðurnefnda ummyndun, sem ekki er annað en snúningur á hnítakerfi í margvíðu rúmi. Oft er þó unnt að finna hlutlægar skýringar á þessum þáttum, eftir á, út frá þekkingu á þeim fyrirbærum, sem verið er að rannsaka.

3. Niðurstöður um daglegt summarrennsli.

Unnið var úr daglegum rennslismælingum á 10 stöðum á Þjórsár-Hvítárvæðinu 15. júní - 28. sept. vatnsárin 1961/62 - 1966/67, ásamt veðurmælingum frá Hæli á sama tíma (sólarhringsmeðaltöl). Teknir voru fyrst 3 dagar í röð á 4 daga fresti og mælingar á 1.2. og 3. degi meðhöndlalaðar sem sérstakar breytistærðir. Var þetta gert til þess að athuga hvort raðfylgni tímaraðanna hefði afgerandi áhrif á vinnsluna. Alls voru notuð 134 pör af athugunum og reiknuð meðalgildi, staðalfrávik og fylgnistuðlar. Eftirfarandi niðurstöður fengust:

1. dagur

Breytistærð

	Skammst.	Eining	Meðalgildi	Staðalfrávik
Brúará við Dynjanda	D ₁	m ³ /sek	55.0	6.3
Tungufljót við Faxa	F ₁	"	41.8	4.0
Hvítá við Gullfoss	G ₁	"	104.7	26.4
Fossá við Háafoss	HF ₁	"	3.7	2.6
Tungnaá við Hald	H ₁	"	190.0	43.7
Hvítá við Hvítárvatn	HV ₁	"	48.7	10.5
Þórisós úr Þórisvatni	P ₁	"	11.6	2.2
Þjórsá við Tröllkonuhlaup	T ₁	"	355.2	88.3
Þjórsá við Urriðafoss	U ₁	"	379.5	95.8
Tungnaá við Vatnaöldur	V ₁	"	97.2	28.9
Hiti	HI ₁	°C	9.4	2.5
Úrkoma	UR ₁	mm/dag	2.7	5.4
Vindstyrkleiki	VI ₁	m/sek	5.7	2.2
Skyjahula	SK ₁		6.1	5.6

2. dagur

Breytistærð

	Skammst.	Eining	Meðalgildi	Staðalfrávik
Brúará við Dynjanda	D ₂	m ³ /sek	55.0	6.4
Tungufljót við Faxa	F ₂	"	41.7	3.0
Hvítá við Gullfoss	G ₂	"	105.1	26.4
Fossá við Háafoss	HF ₂	"	36.3	25.2
Tungnaá við Hald	H ₂	"	193.1	48.5
Hvítá við Hvítárvatn	HV ₂	"	48.6	9.7
Þórisós úr Þórisvatni	P ₂	"	11.6	2.2
Þjórsá við Tröllkonuhlaup	T ₂	"	357.6	88.9
Þjórsá við Urriðafoss	U ₂	"	379.6	94.1
Tungnaá við Vatnaöldur	V ₂	"	98.1	30.0
Hiti	HI ₂	°C	9.2	2.6
Úrkoma	UR ₂	mm/dag	2.5	5.2
Vindstyrkleiki	VI ₂	m/sek	5.9	2.0
Skyjahlu	SK ₂		5.8	4.6

3. dagur

Breytistærð	Skammst.	Eining	Meðalgildi	Staðalfrávik
Brúará við Dynjanda	D ₃	m ³ /sek	55.1	6.3
Tungufljót við Faxa	F ₃	"	41.7	3.2
Hvítá við Gullfoss	G ₃	"	103.5	25.4
Fossá við Háafoss	HF ₃	"	3.6	2.3
Tungnaá við Hald	H ₃	"	191.4	49.2
Hvítá við Hvítárvatn	HV ₃	"	48.2	9.6
Þórisós úr Þórisvatni	Þ ₃	"	11.5	2.2
Þjórsá við Tröllkonuhlaup	T ₃	"	355.1	90.9
Þjórsá við Urriðafoss	U ₃	"	382.4	100.6
Tungnaá við Vatnaöldur	V ₃	"	97.3	29.9
Hiti	HI ₃	°C	9.2	2.5
Úrkoma	UR ₃	mm/dag	2.5	4.2
Vindstyrkleiki	VI ₃	m/sek	5.9	1.8
Skýjahula	SK ₃		5.3	4.3

Í töflu I eru sýndir þeir fylgnistuðlar, sem fengust. Margt má að sjálfsögðu lesa út úr slíkri töflu, t.d. hversu sterk fylgni rennslisins er frá degi til dags en fara dvíndandi með tímanum. Váð veðurupplýsingarnar er áberandi að fylgnin frá degi til dags er langmest fyrir hitann en frekar lítil fyrir úrkому, vindstyrkleika og skýjahulu. Úrkoma á þriðja degi er því ekki tengd rennsli á fyrsta og öðrum degi, þannig að fylgni rennslis á hinum ýmsu stöðum á öðrum og þriðja degi við úrkому á fyrsta degi gefur nokkra mynd af tímaseinkun í afrennsli. Hins vegar fæst ekki eins skýr mynd viðvirkjandi hita vegna innbyrðis fylgni hans. Skýjahula virðist hafa litla fylgni við rennsli og reyndar við aðrar veðurupplýsingar líka, þannig

að upplýsingar um hana virðast gagnslitlar. Um vindstyrkleika er að mestu leyti það sama að segja, nema að hann er lítilsháttar tengdur úrkomu. Fylgni rennslisins frá degi til dags er langmest við Þórisós en minnst í Tungufljóti. Fylgni rennslis við hita er mest við Hald, Tröllkonuhlaup og Vatnaöldur en fylgni við úrkomu er mest í Bruará og Fossá.

Unnið var þáttafylki úr þessum fylgnistuðlum öllum og snúið 5 fyrstu þáttunum. Niðurstöður um sambreytileika hverrar breytu ásamt þáttum er sýnt í töflu II. Ekki er hægt að segja að skýrir þættir fáist og veldur því e.t.v. fjöldi breytistærða ásamt takmarkaðri nákvæmni í útreikningum (vegna stærðartakmarkana í vél). Fyrsti þátturinn virðist fyrst og fremst tengdur rennslí Þórisóss. Einnig kemur þar fram rennslí í Fossá og Hvítá við Gullfoss. Annar þátturinn virðist tengdur hita og þurrki ásamt rennslí í Þjórsá og Tungnaá. Í þriðja þætti virðist koma fram fylgni Þjórsár- og Hvítárrennslis án tillits til veðurs. Fjórði þáttur er mjög óskýr en fimmti þáttur virðist sýna fylgni rennslis við hita ásamt úrkomu og vindstyrkleika. Áhrifin í rennslinu koma hér áberandi meira fram á öðrum og þriðja degi en þeim fyrsta.

Unnið var því næst úr útdrátti af þessum 42 breytistærðum. Aðeins var tekinn einn dagur og tímategslum því sleppt, enda virtust þau ekki gefa miklar viðbótarupplýsingar. Ennfremur var sleppt skýjahulu og rennslí í Þórisósi og Fossá. Rennslí á þessum tveim stöðum virtist næsta lítið vera tengt rennslinu í Þjórsá og Hvítá. Notaðar voru því 11 breytistærðir og fengust þá þættir þeir, er sýndir eru í töflu III. Fyrsti þátturinn er mjög skýr, tengdur hita og er því mælikvarði á jökulvatn og snjóbráðunum.

Annar þátturinn er einnigmjög skýr, tengdur úrkomu og sýnir því dragáreinkenni. Þriðji þátturinn er hins vegar óskýr og gagnslítill, helzt tengdur vindi og úrkomu en næsta lítið tengdur rennsli.

Hafa ber í huga, að þættirnir eru aðeins fengnir út frá breytileika frumstærðanna þannig að t.d. jafnt og stöðugt rennsli kemur þar ekki við sögu. Ekki er því auðvelt að setja fram hlutdeild hvers þáttar í hverri breytistærð. Helzt virðist það til ráða að finna hlutdeild þeirra í samstæðubreytileika breytistærðarinnar eða kvaðrat þáttastuðulsins, sem segir þá til um hversu mikinn hluta af breytileika viðkomandi stærðar hver þáttur útskýrir. Þetta er gert í töflu IV en ber að sjálfsögðu að túlkast með varkárni samanber ofanritað.

Tafla I. Fylgnistuðlar

Tafla II. Þáttafylki 42 breytistærða

Breyti- stærð	Samstæðu breytileiki	1. þáttur	2. þáttur	3. þáttur	4. þáttur	5. þáttur
D ₁	.807	.285	-.497	.557	.337	.229
F ₁	.645	.377	-.241	.365	.537	.146
G ₁	.830	.491	.051	.724	.003	.245
HF ₁	.774	.502	-.500	.456	.235	-.085
H ₁	.876	.260	.524	.598	.192	.370
HV ₁	.786	.164	.256	.783	.251	.122
P ₁	.872	.917	-.096	.048	-.124	.052
F ₁	.922	.253	.516	.699	.074	.310
U ₁	.931	.234	.421	.783	.108	.267
V ₁	.856	.199	.554	.505	.348	.363
HI ₁	.742	.375	.636	.108	.058	.424
UR ₁	.201	.083	-.324	.208	.124	.173
VI ₁	.219	.044	-.083	.100	-.064	.442
SK ₁	.317	.114	-.255	-.070	.470	-.111
D ₂	.797	.222	-.502	.391	.312	.493
F ₂	.739	.306	-.098	.371	.566	.419
G ₂	.855	.472	-.052	.580	.053	.537
HF ₂	.740	.483	-.550	.372	.246	.059
H ₂	.886	.231	.412	.389	.286	.654
HV ₂	.890	.140	.259	.775	.253	.369
P ₂	.839	.897	-.106	.027	-.132	.060
T ₂	.921	.279	.462	.526	.147	.574
U ₂	.945	.289	.407	.640	.131	.518
V ₂	.849	.222	.484	.366	.431	.493
HI ₂	.693	.298	.632	.097	-.009	.440
UR ₂	.493	-.073	-.373	.076	.154	.564
VI ₂	.366	.088	-.240	-.061	-.196	.508
SK ₂	.207	-.013	-.063	-.126	.418	-.107
D ₃	.772	.216	-.520	.346	.202	.541

Breyti- stærð	Samstæðu breytileiki	1. þáttur	2. þáttur	3. þáttur	4. þáttur	5. þáttur
F ₃	.699	.303	-.115	.316	.491	.501
G ₃	.829	.518	-.044	.420	.021	.617
HF ₃	.751	.463	-.562	.340	.263	.185
H ₃	.916	.255	.401	.187	.324	.740
HV ₃	.877	.178	.221	.596	.281	.600
P ₃	.858	.907	-.080	.030	-.144	.070
T ₃	.921	.298	.476	.299	.155	.700
U ₃	.930	.273	.380	.402	.161	.722
V ₃	.894	.208	.439	.227	.415	.657
HI ₃	.651	.365	.596	.099	-.057	.384
UR ₃	.305	.063	-.277	-.083	-.002	.465
VI ₃	.152	.088	-.178	-.001	-.136	.306
SK ₃	.235	-.069	-.083	-.202	.409	-.120

Tafla III. Þáttfylki ll breytistærða

Breytistærð	Samstæðu breytileiki	1. þáttur	2. þáttur	3. þáttur
Brúarár við Dynjanda	.867	.166	.914	.065
Tungufljót við Faxa	.643	.413	.684	-.063
Hvíta við Gullfoss	.764	.689	.534	.055
Tungnaá við Hald	.889	.909	.241	.075
Hvíta við Hvítárvatn	.788	.786	.403	-.097
Þjórsá við Tröllkonuhl.	.935	.947	.178	.073
Þjórsá við Urriðafoss	.926	.926	.260	.035
Tungnaá við Vatnaöldur	.808	.881	.179	-.014
Hiti á Hæli	.637	.767	-.191	.113
Úrkoma á Hæli	.607	-.044	.665	.404
Vindstyrkleiki á Hæli	.888	.094	.124	.930

Tafla IV. Hlutfall þátta í breytileika.

Breytistærð	1.þáttur	2.þáttur	3.þáttur	Óskýrt
Brúarár við Dynjanda	.03	.84	.00	.13
Tungufljót við Faxa	.17	.47 (-)	.00	.36
Hvíta við Gullfoss	.48	.28	.00	.24
Tungnaá við Hald	.83	.06	.01	.10
Hvíta við Hvítárvatn	.61	.16 (-)	.01	.22
Þjórsá við Tröllkonuhl.	.90	.03	.01	.06
Þjórsá við Urriðafoss	.86	.07	.00	.07
Tungnaá við Vatnaöldur	.78	.03 (-)	.00	.19
Hiti á Hæli	.59 (-)	.04	.01	.36
Úrkoma á Hæli	(-) .00	.44	.16	.40
Vindstyrkleiki á Hæli	.01	.02	.86	.11

4. Niðurstöður úr vikutölum

Unnið var úr vikutölum rennslis á nokkrum stöðum á Þjórsá-Hvítárvæðinu ásamt vikutölum um gráðudaga yfir 0°C og rigningu á Hæli. Árinu var skipt í þrennt vetur (29. sept.-26.apríl), vor (27. apríl - 14. júní) og sumar (15. júní - 28. sept.). Eftirfarandi meðalgildi og staðalfrávik fengust fyrir tímabilið 1. júní 1962 - 31. ágúst 1970.

	Breytistærð	sk. st.	Ein.	Vetur	Vor		Sumar	
				Meðalg.	Stað- al frá- vik	Með- alg.	Stað- al frá- vik	Með- alg.
Þjórsá við Urriðaf.	U	G1/viku	156.3	65.3	312.3	158.2	248.9	68.4
Hvítá við Gullfoss	G	"	51.7	30.4	86.0	37.9	67.6	18.8
Þjórsá v.Tröllk.hl.	T	"	124.5	48.7	270.0	133.9	228.9	57.4
Tungnaá við Hald	H	"	81.2	29.4	132.7	43.6	119.8	25.7
Rigning á Hæli	R	mm/viku	16.0	23.0	15.0	15.8	20.2	18.1
Gráðudagar á Hæli	°D	°Cxd./v.	19.7	16.2	44.7	18.5	65.2	16.2
Efri-Þjórsá (T-H)	EP	G1/viku	43.2	24.2	137.2	96.7	109.0	35.5
Tunguflj. v. Faxa	F	"	23.5	5.3	23.1	2.9	25.8	2.2
Þórisós	P	"	5.9	1.6	8.9	1.9	7.1	1.3
Kaldakvísl	K	"	15.1	6.0	30.3	16.8	29.3	11.2

Eftirfarandi fylgnistuðlar fengust

Vetur

	U	G	T	H	R	$^{\circ}$ D	EP	F	P
G	.891								
T	.953	.799							
H	.865	.675	.924						
R	.511	.512	.439	.320					
$^{\circ}$ D	.261	.144	.355	.303	.230				
EP	.864	.785	.887	.643	.494	.346			
F	.714	.855	.587	.466	.514	.064	.614		
P	.417	.338	.491	.521	.064	.155	.355	.153	
K	.645	.523	.721	.693	.306	.288	.607	.392	.370

Vor

	U	G	T	H	R	$^{\circ}$ D	EP	F	P
G	.943								
T	.989	.929							
H	.919	.925	.899						
R	.293	.285	.276	.292					
$^{\circ}$ D	.503	.480	.557	.452	.048				
EP	.956	.870	.980	.794	.250	.567			
F	.682	.721	.663	.643	.557	.324	.629		
P	.490	.456	.502	.458	.070	.400	.490	.376	
K	.908	.888	.901	.864	.205	.428	.859	.567	.420

Sumar

	U	G	T	H	R	$^{\circ}$ D	EP	F	P
G	.904								
T	.980	.861							
H	.875	.737	.915						
R	.258	.318	.213	.246					
$^{\circ}$ D	.470	.315	.577	.603	-.040				
EP	.953	.862	.957	.758	.167	.498			
F	.593	.634	.565	.598	.428	.179	.483		
P	.413	.538	.375	.263	.018	.274	.418	.082	
K	.738	.512	.773	.821	.172	.510	.656	.490	.030

Gerð var þáttagreining á þessum þremur samstæðum og fengust þrír þættir á veturna og sumrin en aðeins tveir á vorin. Greinilegur er þáttur tengdur gráðudögum, sem felur þá í sér jökulleysingu og snjóbráðnun. Hann er sterkasti þátturinn á sumrin og vorin en óverulegur á veturna. Sömuleiðis er greinilegur dragárpátturinn tengdur rigningu en hann er langsterkastur á veturna. Þriðja þáttinn, sem fæst á veturna og sumrin mætti e.t.v. kalla grunnvatns- og stöðuvatnspátt en hann hverfur á vorin sennilega vegna afar mikils rennslis af öðrum orsökum. Þessi þáttur er langsterkastur á veturna og er þá sterkastur í Þórisósi og Tungnaá. Þáttafylkin fara hér á eftir:

Vetur

Breyti- stærð	Samstæðu: breytileiki	1. þáttur	2. þáttur	3. þáttur
U	.947	.731	.631	.123
G	.906	.836	.454	- .041
T	.955	.592	.741	.235
H	.845	.416	.801	.176
R	.678	.755	- .075	.320
°D	.911	.050	.175	.937
EÞ	.802	.683	.518	.259
F	.824	.880	.190	- .118
P	.687	- .068	.825	- .030
K	.617	.348	.654	.260

Vor

Breyti- stærð	Samstæðu: breytileiki	1. þáttur	2. þáttur
U	.962	.908	.372
G	.916	.870	.398
T	.967	.925	.333
H	.854	.843	.380
R	.841	- .023	.917
°D	.483	.685	- .117
EÞ	.898	.902	.290
F	.762	.505	.712
P	.397	.629	- .038
K	.832	.865	.290

Sumar

Breytistærð	Samstæðu- breytileiki	1. þáttur	2. þáttur	3. þáttur
U	.956	.800	.350	.441
G	.923	.569	.462	.621
T	.975	.871	.268	.380
H	.899	.887	.282	.183
R	.719	- .010	.848	.014
°D	.662	.750	- .289	.124
Eþ	.878	.768	.230	.485
F	.710	.450	.710	.063
P	.890	.087	- .070	.937
K	.849	.892	.205	- .108

Reiknuð var út hlutdeild þáttanna í breytileika, þ.e. hversu mikinn hluta breytileika hverrar breytistærðar þeir útskýrðu, en það er kvaðrat viðkomandi þáttastuðuls. Niðurstöður eru hér á eftir.

Breytist.	Vetur				Vor				Sumar			
	1.p.	2.p.	3.p.	Ósk.	1.p.	2.p.	Ósk.	1.p.	2.p.	3.p.	Ósk.	
U	.54	.40	.02	.04	.83	.14	.03	.64	.12	.20	.04	
G	.70	.21	.00	.09	.76	.16	.07	.32	.21	.39	.08	
T	.35	.55	.06	.04	.86	.11	.03	.76	.07	.14	.03	
H	.17	.64	.03	.16	.71	.14	.15	.79	.08	.03	.10	
R	.57(-).01	.10	.32	.00	.84	.16	.00	.72	.00	.28		
°D	.00	.03	.88	.09	.47(-).01	.52	.56(-).08	.02	.34			
Eþ	.47	.27	.07	.19	.81	.08	.11	.59	.05	.24	.12	
F	.77	.04(-).01	.18	.26	.51	.23	.20	.50	.00	.30		
P	.00	.68	.00	.32	.40	.00	.60	.01	.00	.88	.11	
K	.12	.43	.07	.38	.75	.08	.17	.80	.04(-).01	.15		

Eins og áður er nefnt eru 3. þáttur á veturna, 1. þáttur á vorin og 1. þáttur á sumrin greinilegir jökulleysinga- og snjóbráðnunarþættir. Sömuleiðis eru 1. þáttur á veturna, 2. þáttur á vorin og 2. þáttur á sumrin dragárpættir tengdir rigningu.

5. Lokaorð.

Hér á undan hafa verið raktar nokkuð helztu niðurstöður, sem fengizt hafa. Segja má að tilgangurinn sé að miklu leyti að kynna þáttagreiningu sem reiknitækni til þess að fást við tengdar samtímmælingar og athugun á því, hvort hún væri nýtanleg við úrvinnslu úr rennslismælingum og veðurfarsmælingum. Tilraunin með að taka þrjá daga í röð hefur reynzt fullviðamikil, þar sem vélastærð er takmörkuð, og gefur ekki sérlega glögga mynd. Ekki virðist stórvægilegur munur á, hvort notaðar eru dagstölur eða vikutölur. En hvort tveggja virðist gefa nokkuð skýra þætti sem auðvelt er að finna eðlisfræðilegar skýringar á. Athyglisvert er að úrkomu- og hitapættir eru skýrir og breytast eðlilega með árstíðum. Verður því að teljast að tilraunin með þáttagreiningu sem slika hafi gefið jákvæðar niðurstöður en notkun þessara niðurstaðna er svo áfram til umræðu ásamt mati vatnafræðinga og jarðfræðinga á talnalegum niðurstöðum í hinum ýmsu þáttum. Slikt mat manna, sem kunnugir eru vatnafræði svæðisins og staðháttum er nánast nauðsynlegt áður en lengra er haldið. Að fengnu jákvæðu mati á talnalegum niðurstöðum mætti nota aðferðina áfram til úrvinnslu á mælingum til þess að fá á auðveldan hátt talnalegt mat á sameiginlegum eiginleikum. Ennfremur ættu slikar niðurstöður að geta verið gagnlegar við gerð langra tilbúinna rennslisraða fyrir eftirlíkingar (líkindalíkön).

English summary.

The Factor Analysis technique is introduced and used on 10 simultaneous measurements of runoff at different sites in the same region together with 4 meteorological measurements (daily means). Using measurements from three consecutive days as different variables is attempted in order to get a picture of the persistence of the runoff and the time delay between the meteorological data and the runoff data. As the number of variable was rather large (42) and computer used rather small the results did not give a quite clear picture.

Then were handled only simultaneous observations (daily means measured each 4th day) and the year was divided into 3 seasons. The results gave rather clear meteorological factors in the runoff. The same can be said about weekly means which were also used.

Finally there is pointed out the necessity of evaluation by hydrologists and geologists of the quantitative results before further investigations are carried out.

Heimildir

- (1) H.H. Harman: Modern Factor Analysis,
The University of Chicago Press, Chicago. 1960.
- (2) M.G. Kendall: A Course in Multivariate Analysis, Griffin's
Statistical Monographs & Courses, No. 2. London 1957.
- (3) J.T. Scott, Jr.: Factor Analysis and Regression, Econometrica,
Vol. 34, No. 3, July 1966.
- (4) H. Sigvaldason, J. Björnsson: Rennsli Þjórsár við Tröllkonuhlaup (VHM 97).
Raforkumálastjóri, Orkudeild, maí 1965.
- (5) H. Sigvaldason, G. Ámundason, J. Björnsson:
Aðgerðarannsóknir á nýtingu vatnsorku í Tungnaá og Þórisvatni, Orkustofnun maí 1970.
- (6) H. Sigvaldason, G. Ámundason: Operation Research Study on
Landsvirkjun's Present Assured Power System with
Addition of the Sigalda and Hrauneyjafoss Projects,
Landsvirkjun, dec. 1970.
- (7) H. Friðgeirsson, H. Sigvaldason, G. Ámundason: Statistical
Studies on Streamflow Data of Thjórsá and its Tributaries,
Landsvirkjun, des. 1971.
- (8) S. Rist: Íslenzk vötn, Raforkumálastjóri, Vatnamælingar, 1956.
- (9) IBM: System/360 Scientific Subroutine Package (PL/I) (360A-CM-07X) Program Description and Operation Manual 1969.